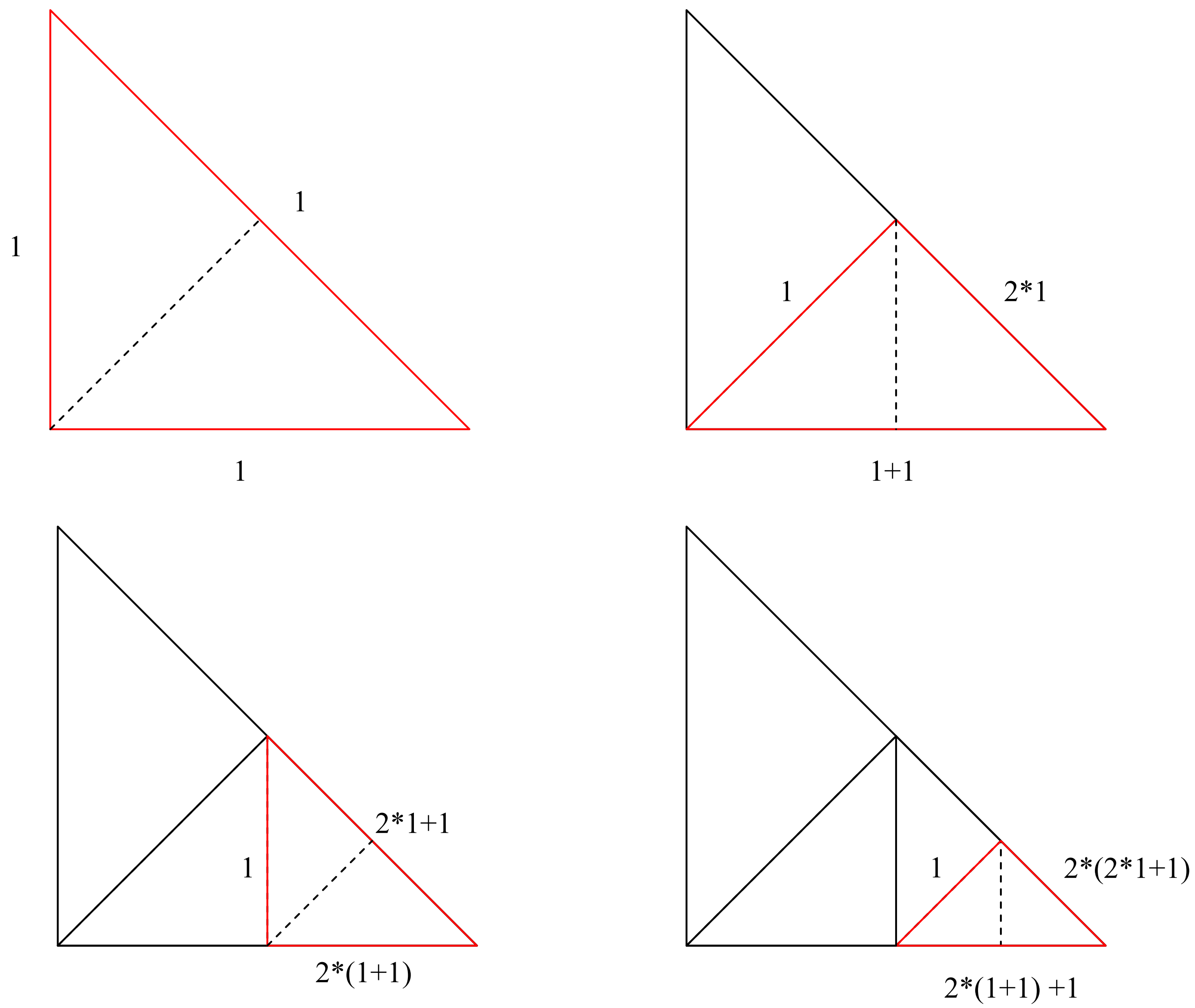
20-Piegamenti

soluzione di **Saccardi Elena**

Risposta:
63 sull'ipotenusa
94 sul cateto "interessante"
1 sull'altro cateto

Motivazione:



Sul cateto ottenuto col piegamento conto sempre 1 strato, sull'altro cateto il doppio degli strati contati al piegamento precedente sull'ipotenusa, e sull'ipotenusa uno strato in più di quelli contati al piegamento precedente sul cateto "più numeroso".

Cioè:

(1) $$\begin{cases} C(n) = 2 \cdot I(n-1) \\ I(n) = C(n-1) + 1 \end{cases} \qquad \forall n > 0 \qquad \text{con: } \begin{cases} C(0) = 1 \\ I(0) = 1 \end{cases}$$

Con riferimento alle precedenti formule ricorsive si compila facilmente la seguente tabella:

n° piegamenti	n° bordi sul cateto	n° bordi sull'ipotenusa
n	C (n)	I (n)
0	$1=(1)_2$	$1=(1)_2$
1	$2=(10)_2$	$2=(10)_2$
2	$4=(100)_2$	$3=(11)_2$
3	$6=(110)_2$	$5=(101)_2$
4	$10=(1010)_2$	$7=(111)_2$
5	$14=(1110)_2$	$11=(1011)_2$
6	$22=(10110)_2$	$15=(1111)_2$
7	$30=(11110)_2$	$23=(10111)_2$
8	$46=(101110)_2$	$31=(11111)_2$
9	$62=(111110)_2$	$47=(101111)_2$
10	$94=(1011110)_2$	$63=(111111)_2$

Certo che se il numero dei piegamenti aumentasse di molto…

Osservando le rappresentazioni binarie della tabella, si ricavano espressioni <u>non ricorsive</u> di C(n) e I(n), per ogni n pari o dispari:

(2) Per n=2k: $$\begin{cases} C(2k) = \left(10\underbrace{1\ldots1}_{k-1}0\right)_2 \\ I(2k) = \left(1\underbrace{1\ldots1}_{k-1}\right)_2 \end{cases} \quad \text{ovvero:} \quad \begin{cases} C(2k) = \sum_{i=1}^{k+1} 2^i - 2^k \\ I(2k) = \sum_{i=0}^{k} 2^i \end{cases}$$

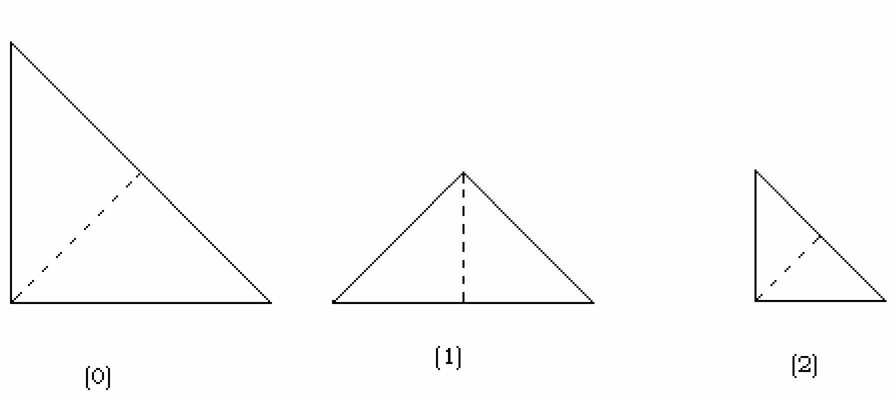
(3) n=2k+1: $$\begin{cases} C(2k+1) = \left(\underbrace{1\ldots1}_{k}0\right)_2 \\ I(2k+1) = \left(10\underbrace{1\ldots1}_{k}\right)_2 \end{cases} \quad \text{ovvero:} \quad \begin{cases} C(2k+1) = \sum_{i=1}^{k+1} 2^i \\ I(2k+1) = \sum_{i=0}^{k+1} 2^i - 2^k \end{cases}.$$

Le (2) e (3) verificano le (1):

per n dispari: $$\begin{cases} C(n) = C(2k+1) = \sum_{i=1}^{k+1} 2^i = \sum_{i=0}^{k} 2^{i+1} = 2 \cdot \sum_{i=0}^{k} 2^i = 2 \cdot I(2k) = 2 \cdot I(n-1) \\ I(n) = I(2k+1) = \sum_{i=0}^{k+1} 2^i - 2^k = \sum_{i=1}^{k+1} 2^i - 2^k + 2^0 = C(2k) + 1 = C(n-1) + 1 \end{cases}$$

per n pari: $$\begin{cases} C(n) = C(2k+2) = C(2 \cdot (k+1)) = \sum_{i=1}^{k+2} 2^i - 2^{k+1} = 2 \cdot \sum_{i=0}^{k+1} 2^i - 2^k = 2 \cdot I(2k+1) = 2 \cdot I(n-1) \\ I(n) = I(2k+2) = I(2 \cdot (k+1)) = \sum_{i=0}^{k+1} 2^i = \sum_{i=1}^{k+1} 2^i + 2^0 = C(2k+1) + 1 = C(n-1) + 1 \end{cases}.$$

soluzione di **Faini Marco**



In figura sono riportati i primi due piegamenti [(1) e (2)] gli strati su ogni lato del triangolo ottenuto sono :
(1) 1 2 2
(2) 1 3 4

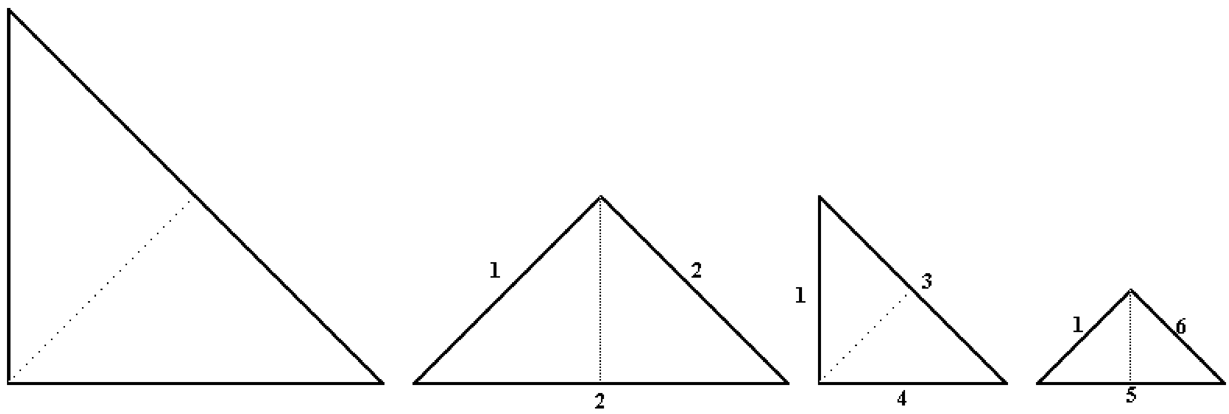
Si può notare tre cose :
1- Su un lato del triangolo rimane sempre 1 strato (l'altezza relativa all' ipotenusa su cui si effettua il piegamento)
2- L' ipotenusa raddoppia il numero di strati nel piegamento e diventa il lato 3- della nuova configurazione
3- Al terzo lato và aggiunto 1 al numero dei suoi strati e diventa l' ipotenusa nella nuova configurazione

Seguendo queste regole si può ottenere la seguente successione del numero degli strati dei tre lati al variare del numero dei piegamenti :

(0)   1 1 1
(1)   1 2 2
(2)   1 3 4
(3)   1 6 5
(4)   1 7 10
(5)   1 14 11
(6)   1 15 22
(7)   1 30 23
(8)   1 31 46
(9)   1 62 47
(10) 1 63 94

Quindi dopo 10 piegamenti abbiamo un triangolo con i lati che hanno 1, 63 e 94 strati.

Soluzione di **Furlani Paolo**



La sequenza é chiara: nel lato perpendicolare all'asse di piegatura il numero di fogli raddoppia, sull'altro lato aumenta di 1 (il lato che viene ripiegato ha sempre un unico foglio). Quindi si deriva:

0. 1	1	1
1. 1	2	2
2. 1	4	3
3. 1	5	6
4. 1	10	7
5. 1	11	14
6. 1	22	15
7. 1	23	30
8. 1	46	31
9. 1	47	62
10. 1	94	63

Supponendo di partire con un lato di 100 cm alla fine apparentemente si otterrebbe:

0. 100.000	100.000	141.421
1. 70.711	100.000	70.711
2. 50.000	50.000	70.711
3. 35.355	50.000	35.355
4. 25.000	25.000	35.355
5. 17.678	25.000	17.678
6. 12.500	12.500	17.678
7. 8.839	12.500	8.839
8. 6.250	6.250	8.839
9. 4.419	6.250	4.419
10. 3.125	3.125	4.419

Ma chi ci ha provato, dopo poche piegature, sa bene che non funziona così. In effetti, quel che si verifica é questo:

0. 1 / 1 / 1
1. (1) / 1+1 / 1+1
2. (2) / 1+1+1+1 / 1+1+(1)
3. (3) / 1+1+1+1+(2) / (1)+1+1+1+1+(1)
4. (4) / (2)+1+1+1+1+1+1+1+1+(2) / (1)+1+1+1+1+(1)+(3)

:

Ora, la piegatura (1) sono due fogli, ma già la (2) sono 4, la (3) sono 8, ... la (10) sono 1024!
Una risma di 500 fogli sono circa 52 mm, per cui (anche riuscendo a impaccarli perfettamente) sono più di 10 cm: é chiaro che un lato di 3 o 4 cm é impossibile.

Forse utilizzando la pellicola trasparente per alimenti: 25 m arrotolati su un cilindro da 3 cm sono circa 2 mm di altezza, ossia ha uno spessore di 0.0075 mm (circa 7.5 mm per 1000 fogli).
Approssimativamente, sperimentalmente, una piegatura dà uno spessore leggermente superiore e accorcia il lato, seppure in maniera infinitesimale.
Si potrebbe presumere una sequenza di questo tipo:

0. 100.000	100.000	141.421
1. 70.710	100.000	70.710
2. 49.997	49.997	70.710
3. 35.349	49.997	35.349
4. 24.987	24.987	35.349
5. 17.651	24.987	17.651
6. 12.446	12.446	17.651
7. 8.730	12.446	8.730
8. 6.031	6.031	8.730
9. 3.981	6.031	3.981
10. 2.248	2.248	3.981
11. 0.455	2.248	0.455

Probabilmente fino alla 10ma piegatura ci si dovrebbe arrivare, la 11ma é probabilmente impossibile.
Basta trovare un rotolo alto 1 m...