

I modelli matematici entrano a scuola, ... Matematica&Realtà li prende per mano

Percorsi in continuità 2010-2011

+

Percorso A: Riferimenti e codici del quotidiano [A1]. Rappresentazione grafica della realtà [A2].

Destinatari: Scuola Primaria - Scuola Secondaria di I grado

Classi consigliate: V classe scuola primaria; I-II secondaria I grado

Nuclei tematici: Le relazioni, Il numero

Nuclei di processo: Risolvere e porsi problemi, Argomentare e congetturare

Competenze	Conoscenze
<p>Conoscere il significato di alcuni codici di uso comune. Acquisire consapevolezza dei processi di codifica. Riconoscere le relazioni uno-uno in contesti della vita reale.</p> <p>In situazioni problematiche individuare relazioni significative tra grandezze. Scoprire e descrivere regolarità in dati o in situazioni osservate. Utilizzare forme diverse di rappresentazione e comunicazione (verbale, mediante grafici o diagrammi), acquisendo capacità di passaggio dall'una all'altra.</p> <p>Esprimersi nel linguaggio naturale con coerenza e proprietà.</p>	<p>Relazioni (equivalenze, ordinamenti) e loro prime rappresentazioni. Relazioni e loro rappresentazioni (tabelle, frecce, piano cartesiano). Corrispondenza biunivoca.</p> <p>Mappe e cartine. Sistemi di misura.</p> <p>Mettere in relazione misure di due grandezze (ad es. statura e lunghezza dei piedi).</p> <p>Funzioni: tabulazioni e grafici.</p>

Materiale didattico: u.d. cartacee e/o digitali con quesiti guidati e proposti; percorsi di approfondimento. Il materiale sarà reso disponibile durante il corso di formazione.

Gara nazionale individuale. I ragazzi delle classi V della scuola primaria e delle prime due classi della scuola secondaria di I grado sono invitati a partecipare alla **gara individuale di modellizzazione, sezione A**, che sarà bandita da M&R nelle prossime settimane.

Referenze bibliografiche:

- [1] P.Brandi - A.Salvadori, *Matematica&Realtà. I modelli matematici vanno a scuola*, Università degli Studi di Perugia (2010), Cap.2,3 e Cap.6
- [2] P.Brandi - A.Salvadori, *Corrispondenze e relazioni. Alice e Bob*, 14 (2009) e 16-17 (2010)
- [3] P.Brandi – A.Salvadori, *La matematica nascosta dietro le immagini digitali*, Atti Convegno Nazionale Mathesis, Anzio-Nettuno, 18-21.11.2004, 468-480
- [4] *Lezioni Laboratori e test finale M&R*, (2007-2008, 2008-2009, 2009-10)

[1] Indice Cap. 2, 3 e 6

5. Riferimenti e codici del quotidiano

5.1. Codifica mediante immagini, colori, suoni

- 5.1.1. Codice colore al pronto soccorso
- 5.1.2. Bandiere di segnalazione nei circuiti automobilistici
- 5.1.3. I poveri nel mondo
- 5.1.4. Istruzioni per un corretto lavaggio
- 5.1.5. Segnali acustici in navigazione

5.2. Codici alfa-numeric

- 5.2.1. Codice ISO
- 5.2.2. Codici ASCII
- 5.2.3. Codice di avviamento postale

5.3. Codifici con controllo

- 5.3.1. Codice a barre EAN13
- 5.3.2. Codice ISBN

5.4. Corrispondenza biunivoca

5.5. Proposte ed approfondimenti

- 5.5.1. Il posto a teatro
- 5.5.2. Le faccine
- 5.5.3. Voli Alitalia
- 5.5.4. Alfabeto fonetico
- 5.5.5. Segnali nautici mediante bandierine
- 5.5.6. Codifica DOI
- 5.5.7. Codice fiscale
- 5.5.8. Targhe automobilistiche
- 5.5.9. Gioco degli scacchi
- 5.5.10. Le uova d'oro

Rappresentazione grafica della realtà

5.1. Alcune situazioni di vita reale

- 5.1.1. Elettrocardiogramma
- 5.1.2. Il sismografo
- 5.1.3. Il pentagramma
- 5.1.4. Studenti iscritti all'Università
- 5.1.5. Situazione climatica critica
- 5.1.6. Domanda e offerta
- 5.1.7. Catena di montaggio

5.2. Alcuni esempi dai media

- 5.2.1. I grafici della guerra
- 5.2.2. Previsioni meteo
- 5.2.3. Dati a confronto
- 5.2.4. Fuga dalle facoltà scientifiche
- 5.2.5. Il prezzo della benzina
- 5.2.6. Giro d'Italia
- 5.2.7. Qualcuno volò sul nido del privato
- 5.2.8. La bolletta dà la scossa
- 5.2.9. Il terrore corre sul clima

5.3. A parole o con un grafico

- 5.3.1. Consumi idrici
- 5.3.2. Tutta la città ne parla
- 5.3.3. Cina sorpasso sull'America
- 5.3.4. Foreste in crescita
- 5.3.5. Grafici a confronto

5.4. Proposte ed approfondimenti

- 5.4.1. Temperatura giornaliera
- 5.4.2. Ritmo cardiaco
- 5.4.3. Corretto uso del fertilizzante
- 5.4.4. Atterraggio difficoltoso
- 5.4.5. Consumo di elettricità
- 5.4.6. Commesso viaggiatore
- 5.4.7. Leggendo il giornale
- 5.4.8. Problemi automobilistici
- 5.4.9. Adozioni internazionali
- 5.4.10. Azioni Fiscali
- 5.4.11. Picco influenzale
- 5.4.12. Gita in bici
- 5.4.13. Andamento dei prezzi

6 La matematica della fotografia digitale

6.1 Cosa è un'immagine digitale

6.2 Discretizzazione e acquisizione

6.3 Codifica in chiaro di un'immagine digitale

6.3.1 Codifica di un'immagine in bianco e nero

6.3.2 Codifica di un'immagine nella scala dei grigi

6.3.3 Codifica di un'immagine a colori

6.4 Codifica *criptata* di un'immagine digitale

6.5 Visualizzazione di un'immagine digitale

6.6 Stampa di un'immagine digitale

6.7 Manipolazioni di immagini

6.8 Riduzione e ingrandimento

6.9 Proposte ed approfondimenti

6.9.1 Scelta del formato di un'immagine

Percorso B: Proporzionalità [B1] e linearità nella vita reale [B2]

Destinatari: Scuola Secondaria di I grado – Scuola Secondaria di II grado (I Biennio)

Classi consigliate: classe III secondaria I grado - classi I-II secondaria II grado

Nuclei tematici: Le relazioni, Il numero

Nuclei di processo: Risolvere e porsi problemi, Argomentare e congetturare

Competenze	Conoscenze
Risolvere problemi e modellizzare situazioni in diversi campi di esperienza della vita quotidiana. Usare modelli dati o costruire semplici modelli per descrivere fenomeni ed effettuare previsioni. In situazioni problematiche individuare relazioni di linearità tra grandezze. Risolvere per via grafica e algebrica problemi tratti dall'esperienza quotidiana che si formalizzano con equazioni e disequazioni di I grado.	Rapporti, percentuali, proporzioni. Proporzionalità diretta e inversa, ripartizione semplice e composta. Progressioni aritmetiche. Funzioni lineari, costanti a tratti, poligonali. La funzione "modulo", Zero e segno di una funzione lineare: equazioni e disequazione di I grado ad una incognita. Equazione della retta. Sistemi lineari. Interpretazione geometrica dei sistemi lineari a due incognite.

Materiale didattico: u.d. cartacee e/o digitali con quesiti guidati e proposti; percorsi di approfondimento. Il materiale sarà reso disponibile durante il corso di formazione.

Gara nazionale individuale. I ragazzi delle III classi della scuola secondaria di I grado e delle due prime due classi della scuola secondaria di II grado sono invitati a partecipare alla **gara individuale di modellizzazione, sezione B**, che sarà bandita da M&R nelle prossime settimane.

Referenze bibliografiche:

Referenze

- [1] P.Brandi-A.Salvadori, *Matematica&Realtà. I modelli matematici vanno a scuola*, Università degli Studi di Perugia (2010), Cap.1 e 3
- [2] P.Brandi-A.Salvadori, *La matematica delle poste italiane*, Atti VII Convegno Nazionale Matematica, Formazione Scientifica e Nuove Tecnologie, Lamezia febbraio 2009
- [3] P.Brandi - A.Salvadori, *Primi modelli lineari*. Alice e Bob, 4 (2007)
- [4] P.Brandi - A.Salvadori, *Dalle tabelle ai grafici*, Alice e Bob, 3 (2007)
- [5] *Lezioni Laboratori e test finale M&R*, (2007-2008, 2008-2009, 2009-10)

[1] Indice Cap. 1

1 Proporzionalità, equilibrio e ripartizione nella vita reale

1.1 Sezione giochi

- 1.1 On sale
- 1.2 Acqua e ghiaccio
- 1.3 Offerte natalizie
- 1.4 Il ciclista
- 1.5 Il ritardatario
- 1.6 Le paghette congrue

1.2 Sezione strutture matematiche

- 1.2.1 Grandezze direttamente proporzionali
 - Frantoi aperti
- 1.2.1' Grandezze riconducibili a proporzionali mediante traslazione
 - Acqua salata
- 1.2.1 Grandezze inversamente proporzionali
 - Tinteggiatura del Dipartimento di Matematica e Informatica
 - Indice di massa corporea (BMI)
- 1.2.1 Ripartizione semplice e composta
 - Problemi condominiali: ripartizione delle spese generali
 - Ancora un problema condominiale: spese installazione ascensore
 - Ripartizione fondo di Istituto (FIS)

1.3 Sezione modelli matematici

- 1.3.1 Autonomia della nuova 500
- 1.3.1 On line lo spot fa boom
- 1.3.1 Ricerca dispersi
- 1.3.1 Problemi condominiali: ripartizione delle spese generali
- 1.3.1 Ancora un problema condominiale: spese installazione ascensore

1.4 Proposte ed approfondimenti

- 1.4.1 La mala education
- 1.4.1 Treni FCU più veloci
- 1.4.1 Adozioni internazionali
- 1.4.1 Altalena a Piazza Affari
- 1.4.1 Momento di una leva
- 1.4.1 Paghette congrue
- 1.4.1 Moderno metodo di misura indiretta
- 1.4.1 La ricetta della nonna
- 1.4.1 Apple pie
- 1.4.1 Dosaggio di medicinali
- 1.4.1 Costo gasolio
- 1.4.1 Il nonno in palestra
- 1.4.1 Incassi al cinema
- 1.4.1 Diffusione Skype

3 Rappresentazione grafica della realtà

5.5. Alcune situazioni di vita reale

- 3.1.1 Elettrocardiogramma
- 3.1.2 Il sismografo
- 3.1.3 Il pentagramma
- 3.1.4 Studenti iscritti all'Università
- 3.1.5 Situazione climatica critica
- 3.1.6 Domanda e offerta
- 3.1.7 Catena di montaggio

3.2 Alcuni esempi dai media

- 3.2.1 I grafici della guerra
- 3.2.2 Previsioni meteo
- 3.2.3 Dati a confronto
- 3.2.4 Fuga dalle facoltà scientifiche
- 3.2.5 Il prezzo della benzina
- 3.2.6 Giro d'Italia
- 3.2.7 Qualcuno volò sul nido del privato
- 3.2.8 La bolletta dà la scossa
- 3.2.9 Il terrore corre sul clima

3.3 A parole o con un grafico

- 3.3.1 Consumi idrici
- 3.3.2 Tutta la città ne parla
- 3.3.3 Cina sorpasso sull'America
- 3.3.4 Foreste in crescita
- 3.3.5 Grafici a confronto

3.4 Proposte ed approfondimenti

- 3.4.1 Temperatura giornaliera
- 3.4.2 Ritmo cardiaco
- 3.4.3 Corretto uso del fertilizzante
- 3.4.4 Atterraggio difficoltoso
- 3.4.5 Consumo di elettricità
- 3.4.6 Commesso viaggiatore
- 3.4.7 Leggendo il giornale
- 3.4.8 Problemi automobilistici
- 3.4.9 Adozioni internazionali
- 3.4.10 Azioni Fiscali
- 3.4.11 Picco influenzale
- 3.4.12 Gita in bici
- 3.4.13 Andamento dei prezzi

Percorso C: Modelli elementari della realtà: dai modelli lineari [C1] ai modelli non lineari [C2]

Destinatari: Scuola Secondaria di II grado (I Biennio - II Biennio)

Classi consigliate: classi II-III-IV secondaria II grado

Nuclei tematici: Relazioni e funzioni

Nuclei di processo: Risolvere e porsi problemi, Argomentare, congetturare, dimostrare

Competenze	Conoscenze
Individuare relazioni di linearità o non linearità tra grandezze in situazioni problematiche. Risolvere per via grafica e algebrica problemi tratti dall'esperienza quotidiana che si formalizzano con equazioni e disequazioni di I grado. Riconoscere e interpretare elementari modelli lineari in contesti di vita reale. Rappresentare e risolvere problemi di II grado, riconoscere problemi di II grado privi di soluzioni. Risolvere e rappresentare graficamente problemi tratti dall'esperienza quotidiana che si formalizzano con sistemi di II grado.	Proporzionalità diretta e inversa. Funzioni lineari, funzione potenza, funzioni polinomiali, funzioni a tratti, semplici funzioni razionali. Equazione della retta. Zeri e segno di una funzione. Equazioni e disequazioni di I grado ad una incognita. Sistemi lineari. Interpretazione geometrica dei sistemi lineari a due incognite. Equazioni e disequazioni di II grado, esempi "scelti" di equazioni, disequazioni, sistemi non lineari. Media aritmetica, geometrica e ponderata. Crescenza/decrecenza. Concavità /convessità.

Materiale didattico: u.d. cartacee e/o digitali con quesiti guidati e proposti; percorsi di approfondimento. Il materiale sarà reso disponibile durante il corso di formazione.

Gara nazionale individuale. I ragazzi delle II-III-IV classi della scuola secondaria di II grado sono invitati a partecipare alla **gara individuale di modellizzazione, sezione C**, che sarà bandita da M&R nelle prossime settimane.

Referenze bibliografiche:

- [1] P.Brandi-A.Salvadori, *Matematica&Realtà. I modelli matematici vanno a scuola*, Università degli Studi di Perugia (2010), Cap. 4
- [2] P.Brandi-A.Salvadori, *La matematica delle poste italiane*, Atti VII Convegno Nazionale Matematica, Formazione Scientifica e Nuove Tecnologie, Lamezia febbraio 2009
- [3] P.Brandi - A.Salvadori, *Media e valori medi*, Alice e Bob, 11-13 (2009)
- [4] P.Brandi - A.Salvadori, *Modelli lineari a tratti*. Alice e Bob, 5 (2008)
- [5] P.Brandi - A.Salvadori, *Sistemi lineari*. Alice e Bob, 6-7 (2008)
- [6] P.Brandi - A.Salvadori, *Primi modelli lineari*. Alice e Bob, 4 (2007)
- [7] *Lezioni Laboratori e test finale M&R*, (2007-2008, 2008-2009, 2009-10)

[1] Indice Cap. 5

Modelli elementari nella vita reale

5.1. Modelli lineari

- 5.1.1. Ricavi e profitti
- 5.1.2. Gestori telefonici a confronto
- 5.1.3. Baby bevitori, una realtà allarmante
- 5.1.4. Regime alimentare
- 5.1.5. Strategia di produzione industriale
- 5.1.6. Scarpe con rotelle: le ali ai piedi
- 5.1.7. Rent a car
- 5.1.8. Una bella nuotata
- 5.1.9. Vacanza a Senigallia
- 5.1.10. Tariffario ENEL a scaglioni

5.2. Modelli non lineari

- 5.2.1. Caduta libera di gravi
- 5.2.2. Urgano Latrina
- 5.2.3. Trattamento rifiuti tossici
- 5.2.4. Acqua salata
- 5.2.5. Tariffe piscina
- 5.2.6. Il problema delle ordinazioni

5.3. Proposte ed approfondimenti

- 5.3.1. Costo servizio idrico
- 5.3.2. La dieta ideale
- 5.3.3. Pay TV
- 5.3.4. Natalità in Italia
- 5.3.5. Tasso di fecondità
- 5.3.6. Riscaldamento globale
- 5.3.7. Peso di un fuoristrada
- 5.3.8. Istituti di detenzione
- 5.3.9. Dosaggio biologico
- 5.3.10. Dichiarazione dei redditi
- 5.3.11. Bilancio chimico
- 5.3.12. Attrazione e repulsione
- 5.3.13. Concentrazione particolare
- 5.3.14. Dimensione di una cornice
- 5.3.15. Dimensione di una scatola
- 5.3.16. Progetto funzionale
- 5.3.17. Regole postali

Percorso D: Le funzioni elementari strumento base della modellizzazione del mondo reale: dalla funzione esponenziale [D1] alle funzioni periodiche [D2]

Destinatari: Scuola Secondaria di II grado (triennio)

Classi consigliate: classi IV-V secondaria II grado

Nuclei tematici: Relazioni e funzioni

Nuclei di processo: Risolvere e porsi problemi, Argomentare, congetturare, dimostrare

Competenze	Conoscenze
Costruire modelli, sia discreti che continui, tratti da problematiche della vita reale, di crescita o decrescita lineare o esponenziale oppure con andamento periodico. Riduzione al lineare di fenomeni non lineari attraverso coordinate logaritmiche. Utilizzare la trigonometria per affrontare semplici problematiche in un contesto multi-disciplinare e/o quotidiano.	Progressioni aritmetiche e geometriche. La funzione esponenziale; la funzione logaritmica. I loro grafici. Equazioni e disequazioni algebriche e trascendenti Le funzioni seno, coseno, tangente. I loro grafici. Relazioni trigonometriche in un triangolo rettangolo. Regressione lineare. Piano semi-logaritmico e logaritmico.

Materiale didattico: u.d. cartacee e/o digitali con quesiti guidati e proposti; percorsi di approfondimento. Il materiale sarà reso disponibile durante il corso di formazione.

Gara nazionale individuale. I ragazzi delle IV-V classi della scuola secondaria di II grado sono invitati a partecipare alla **gara individuale di modellizzazione, sezione D**, che sarà bandita da M&R nelle prossime settimane

Referenze bibliografiche:

- [1] P.Brandi-A.Salvadori, *Matematica&Realtà. I modelli matematici vanno a scuola*, Università degli Studi di Perugia (2010), Cap. 5
- [2] P.Brandi-A.Salvadori, *Prima di iniziare* (Richiami di Matematica per l'Università) 2009-10
- [3] P.Brandi - A.Salvadori, *Matematica&realtà. Le funzioni elementari strumento base della modellizzazione*, Treccani Scuola, www.treccani.it, marzo 2007
- [4] P.Brandi - A.Salvadori, *Può la matematica predire il futuro?* www.studiumbri.it 0 (2009)
- [5] P.Brandi - A.Salvadori, *Progressioni*. Alice e Bob, 8-9 (2008) e 10 (2009)
- [6] P.Brandi – A.Salvadori, *Un modello ideale di equità fiscale*, Atti VI Convegno ADT, Vietri, 12-14.11.2004
- [7] P.Brandi – A.Salvadori, *Modelli matematici elementari del quotidiano*, Atti VI Convegno Nazionale *Matematica, Formazione Scientifica e Nuove Tecnologie*, Lamezia Terme, 24-26.11,2006, 39-54
- [8] P.Brandi - A.Salvadori, *Modelli differenziali ... senza derivata*, Atti Convegno Modelli e Tecnologie per la Nuova Didattica della Matematica, Postano 11-14.4.2007, 19-26
- [9] P.Brandi - A.Salvadori, *Dagli specchi di Archimede ... alle fibre ottiche*, Atti Convegno Sul rinnovamento dell'insegnamento della matematica, Gela 5-7.10.2006, 80-92
- [10] *Lezioni Laboratori e test finale M&R*, (2007-2008, 2008-2009, 2009-10)

[1] Indice Cap. 5

5. Modelli dinamici elementari del quotidiano

5.1. Cosa è un processo iterativo

- 5.1.1. Obliteratrice
- 5.1.2. Colpi di sole
- 5.1.3. Feedback fastidioso

5.2. Modelli iterativi elementari

- 5.2.1. Investimento a capitalizzazione semplice
- 5.2.2. Capitalizzazione composta
- 5.2.3. Albero genealogico
- 5.2.4. Evoluzione di una popolazione
 - Crescita della popolazione in Messico
 - Dimezzamento degli abitanti di Venezia
 - Boom demografico in Africa
- 5.2.5. Assorbimento di un farmaco
- 5.2.6. Triangolo di Tartaglia
- 5.2.7. Fattoriale

5.3. Classificazione dei processi iterativi

- 5.3.1. Traslazioni, riscaldamenti, trasformazioni lineari
 - Classificazione in base alla trasformazione
- 5.3.2. Processi isometrici, di espansione, di contrazione
 - Classificazione in base alla inter-distanza fra le iterate
- 5.3.3. Processi a formula chiusa o aperta
 - Classificazione in base alla rappresentazione delle iterate

5.4. Proposte ed approfondimenti

- 5.4.1. Alla scoperta dei processi iterativi
- 5.4.2. Investimento produttivo
- 5.4.3. Sostanze radioattive
- 5.4.4. Banche a confronto
- 5.4.5. Investimenti a confronto
- 5.4.6. Brodo di coltura
- 5.4.7. Crescita di un puledro
- 5.4.8. Svalutazione monetaria
- 5.4.9. Caratteristiche conformi
- 5.4.10. L'altalena
- 5.4.11. Prescrizione medica
- 5.4.12. Piani di investimento a confronto
- 5.4.13. Esperimenti nucleari
- 5.4.14. Problemi olimpici
- 5.4.15. Controllo di radioattività
- 5.4.16. Iper-inflazione in Argentina
- 5.4.17. Tariffe pericolose
- 5.4.18. Regola del 70
- 5.4.19. Buco dell'ozono
- 5.4.20. Tavola rotonda di Re Artù
- 5.4.21. From The New York Times
- 5.4.22. Vendita PC
- 5.4.23. Child's education
- 5.4.24. One vehicle per person
- 5.4.25. Rent an apartment
- 5.4.26. Increase in housing prices

[2] Indice

Introduzione

1 Corrispondenze e funzioni

- 1.1 Corrispondenze e relazioni
- 1.2 Insiemi ordinato
- 1.3 Partizioni e classi di equivalenza
- 1.4 Cosa è una funzione?
- 1.A Una rivisitazione degli insiemi numerici
- 1.B Il campo dei numeri reali
- 1.C Note storiche

2 Fenomeni e funzioni lineari

- 2.1 Modelli lineari
- 2.2 Problemi di scelta e strategie di ottimizzazione
- 2.3 Interpolazione e regressione lineare
- 2.4 Esercizi
- 2.A Approfondimenti

3 Modelli dinamici elementari

- 3.1 Progressioni aritmetiche e funzioni lineari

- 3.2 Progressioni geometriche e funzioni esponenziali
- 3.3 Esercizi
- 3.A Approfondimenti
- 3.B Note storiche
- 4 Fenomeni e funzioni esponenziali**
 - 4.1 Modelli esponenziali
 - 4.2 Regressione esponenziale
 - 4.3 Esercizi
- 5 Polinomiali e funzioni razionali**
 - 5.1 Funzioni polinomiali
 - 5.2 Interpolazione polinomiale
 - 5.3 Approssimazioni polinomiali
 - 5.4 Funzioni razionali
 - 5.5 Esercizi
 - 5.A Approfondimenti
- 6 Fenomeni e funzioni periodiche**
 - 6.1 Funzioni periodiche
 - 6.2 Funzioni goniometriche
 - 6.3 Richiami di trigonometria
 - 6.4 Esercizi
- 7 Operazioni fra funzioni**
 - 7.1 Composizione di funzioni
 - 7.2 Composizione di funzioni: effetto sul grafico
 - 7.3 Invertibilità di una funzione
 - 7.4 Inverse di alcune funzioni elementari
 - 7.5 Esercizi
- 8 Funzioni logaritmo**
 - 8.1 Funzioni esponenziale e logaritmo
 - 8.2 Tempo di dimezzamento o raddoppio
 - 8.3 Scale lineari e non lineari
 - 8.4 Esercizi
- 9 Curve parametriche**
 - 9.1 Coord. Polari
- 10 Ripensando alle equazioni**
 - 10.1 Equazioni e funzioni invertibili
 - 10.2 Una rivisitazione delle equazioni algebriche
 - 10.3 Suggesti per gli esercizi
- 11 Ripensando alle disequazioni**
 - 11.1 Disequazioni e funzioni monotone
 - 11.2 Rappresentazione dell'insieme delle soluzioni
 - 11.3 La tecnica del confronto
 - 11.4 Suggesti per gli esercizi
 - 11.5 Esercizi
- 12 Richiami di logica**
 - 12.1 Connettivi logici
 - 12.2 Implicazioni logiche
 - 12.3 I quantificatori
 - 12.4 Principio di induzione
 - 12.5 Esercizi
- 13 Metriche**
- 14 Note storiche**
- 15 Esercizi di riepilogo**