

230. Rubicon River – Svolgo o Scompongo

Trisolini Grazia Pia

Idea di fondo del progetto

*“Se ascolto dimentico,
se vedo ricordo,
se faccio capisco”
Confucio 541-479 a. c.*

“Fatto così, non è difficile!” Sono queste le prime parole che si sentono nell’ora di matematica quando gli allievi cominciano a giocare. Il gioco denominato “Rubicon River” è uno strumento didattico facilitatore messo a punto all’IISS “C. E. Gadda” di Paderno Dugnano, dalla prof.ssa Grazia Trisolini in collaborazione con i propri allievi e con il prezioso contributo delle colleghe prof.sse Patrizia La Grassa e Cecilia Cornali che lo hanno testato nelle loro classi. Il *kit* permette agli allievi, che giocano in piena autonomia, di acquisire competenze sui prodotti notevoli e sulle scomposizioni in fattori dei polinomi, senza ricadere in apprendimenti di tipo mnemonico, come spesso accade col percorso tradizionale.

Per esempio, nel gioco, l’espressione $(X+A)(X+B)$ ha per modello un rettangolo di lati $X+A$ e $X+B$ mentre l’espressione: $X^2 + (A+B)X + AB$ è una figura composta dalla somma di un quadrato di lato X , un rettangolo di lati $A+B$ e X e un rettangolo di lati A e B .

L’allievo constata che il quadrato e la figura composta sono equivalenti e deduce che le due espressioni algebriche sono uguali, cioè costituiscono un’unica formula:

$$(X+A)(X+B) = X^2 + (A+B)X + AB$$

Gli obiettivi del progetto

Promuovere negli studenti un approccio creativo allo studio e alla comprensione della matematica.

Favorire un approccio alla matematica come attività del pensiero e non come un complesso astratto di regole, formule e risultati.

Studiare la matematica sviluppando le capacità di intuire, progettare, ipotizzare, dedurre, controllare e verificare i fenomeni della realtà.

Guidare gli allievi alla scoperta delle regole del calcolo polinomiale attraverso il disegno e la costruzione di modelli geometrici.

Contribuire a creare un modello riproducibile di metodologia di insegnamento.

Con riguardo agli obiettivi previsti dalla programmazione d’Istituto:

COMPETENZE	ABILITA'	CONOSCENZE
<p>ALGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> · Trasformare le procedure del calcolo algebrico in procedure geometriche <p>GEOMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none"> · Confrontare e analizzare figure geometriche. · Ragionare correttamente e sviluppare semplici dimostrazioni. · Individuare invarianti e relazioni di figure geometriche <p>INGLESE</p> <ul style="list-style-type: none"> · Comprendere l'essenziale di testi scritti di uso corrente legati alla sfera matematica. 	<p>ALGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> · Padroneggiare l'uso delle lettere come costanti, come variabili e come strumento per scrivere formule e rappresentare relazioni. · Riconoscere e saper calcolare i diversi prodotti notevoli. · Saper fattorizzare un polinomio. <p>GEOMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none"> · Eseguire semplici costruzioni geometriche. <p>INGLESE</p> <ul style="list-style-type: none"> · Leggere e comprendere semplici testi attinenti ad argomento matematico. 	<p>ALGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> · I polinomi · I prodotti tra i polinomi e le scomposizioni di polinomi. <p>GEOMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none"> · Congruenza di superfici e di volumi <p>INGLESE</p> <ul style="list-style-type: none"> · Lessicali: vocaboli ed espressioni legate ad argomento matematico.

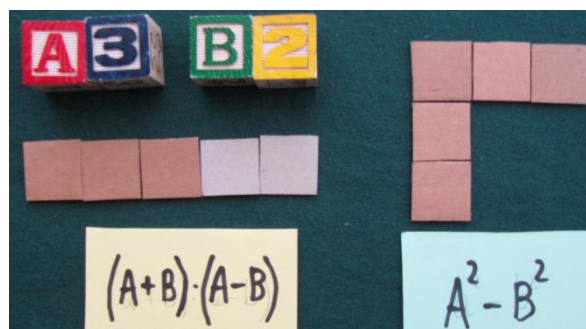
Metodologia utilizzata

Brevi lezioni frontali; metodo induttivo e logico deduttivo; esercitazioni guidate. Per migliorare il metodo di studio e le capacità di deduzione logica, si è insistito sull'uso del linguaggio logico-matematico, lavori di gruppo, scoperta delle regole attraverso il disegno e la costruzione di modelli geometrici; sessioni di gioco.

Il docente di madre lingua inglese, prof.ssa Joanne De Sensi, ha curato la parte in inglese per mettere in grado gli allievi di acquisire la terminologia specifica, anche in lingua straniera.

Descrizione del percorso didattico

QUANDO	CHI	COSA	COME
Gennaio-marzo 2013	Docente: Trisolini; classi: 1 [^] H-2 [^] H Inguistico; 1 [^] S e 2 [^] S Scientifico	Costruzione modelli	Utilizzando materiali vari, anche di recupero



Aprile 2013	Docente: Trisolini; classi: 2^H Linguistico 2^S scientifico	Messa a punto delle regole del gioco	Attraverso vari <i>brain storming</i>
-------------	--	---	---

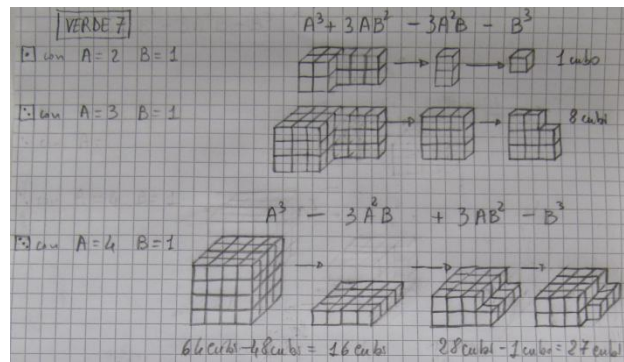
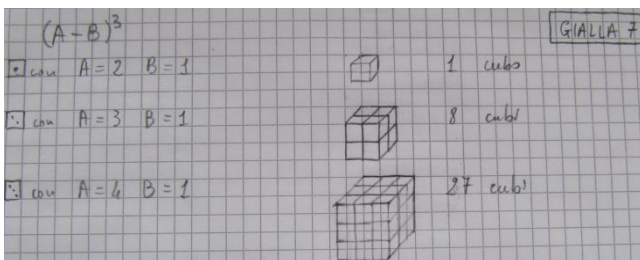
SVOLGOSCOMPONGO

Origini: è un gioco per comprendere e memorizzare, ridendo e scherzando, le regole base delle scomposizioni in fattori dei polinomi. Particolarmente indicato dai 10 ai 15 anni.

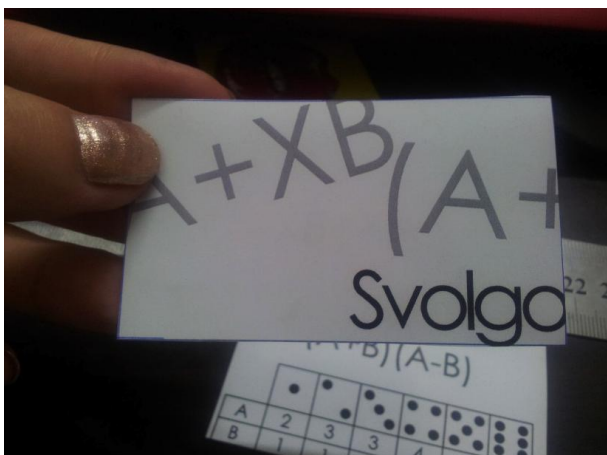
In quanti si gioca: in tre, a turno due giocano e uno svolge il ruolo di arbitro.
Con quali oggetti: 25 quadrati, 64 cubi uno dei quali funge anche da dado, 10 schede gialle (scomposizioni), 10 schede verdi (sviluppi), una clessidra da 5 minuti, un libretto delle soluzioni

scompongo	wolge
$X(A+B)$	$AX+BX$
$(A+B)(X+Y)$	$AX+AY+BX+BY$
$(A+B)(A-B)$	A^2-B^2
$(A+B)^2$	$A^2+2AB+B^2$
$(A-B)^2$	A^2+B^2-2AB
$(A+B)^3$	$A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$
$(A-B)^3$	$A^3+3AB^2-3A^2B-B^3$
$(A+B)(A^2+B^2-AB)$	A^3+B^3
$(A-B)(A^2+B^2+AB)$	A^3-B^3
$(X+A)(X+B)$	$X^2+(A+B)x+AB$

Maggio 2013	Docente Trisolini; classi 1^H-2^H Linguistico; 1^S e 2^S Scientifico	Tutte le soluzioni del gioco	Disegnando in classe
-------------	--	---------------------------------	----------------------



Settembre 2013	Hellatron spa	Produzione prototipo	Fabbricato in Cina
----------------	---------------	----------------------	--------------------



Gennaio 2014	La giornalista Silvia Gissi de "Il Notiziario"	Articolo su "Il Notiziario"	Osservazione diretta e interviste di docente e allievi
--------------	--	-----------------------------	--

52 Il notiziario | PADERNO DUGNANO | 17 gennaio 2014

Gadda, con Rubicon River la matematica diventa realtà

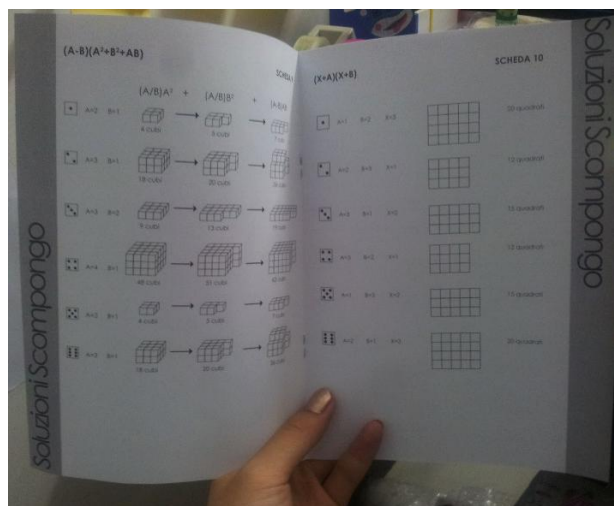
PADERNO DUGNANO- "Fatto così non è difficile!", sono queste le prime parole che si sentono nell'ora di matematica di una seconda liceo scientifico dell'istituto Gadda. L'argomento, ostico ai più, sono i monomi e polinomi. Comporre e scomporre, più facile a dirsi che a farsi: formule da memorizzare e concetti astratti da rendere concreti. In seconda S però, da qualche tempo, circolano dei simpatici cubetti: Rubicon River, svolgo e scompongo, è un gioco ideato dalla docente Grazia Trisolini che rende realtà cubi e quadrati di monomi e polinomi. Grazie all'azienda Hellatron spa, che ha costruito il prototipo, ora tutti gli alunni potranno apprendere facilmente un argomento che rappresenta un grosso scoglio.

Davanti ai nostri occhi, quattro volontari creano in poco tempo formule matematiche con enorme semplicità e scioltezza. "Il gioco serve a consolidare le conoscenze e legarle al significato" dice la docente. "l'algebra geometrica, un metodo francese, è l'unica possibilità per capire, per apprendere competenze e non conoscenze, per imparare a tradurre in termini grafici i concetti astratti". Il gioco sarà disponibile, per chi lo desidera, da fine gennaio, chiedendo direttamente alla professoressa. Un utile strumento per gli insegnanti che si scontrano con le difficoltà degli alunni quotidianamente.

Silvia Gissi




Febbraio 2014	Hellatron spa	Consegna Kit	Tramite corriere
Marzo 2014	I docenti di Matematica: Trisolini, Cornali e La Grassa e le loro rispettive 7 classi	Utilizzo in classe del kit	Sessioni di gioco
Aprile 2014	1^H-2^H Linguistico; 1^S e 2^S Scientifico; 1^M-1^L Grafica e Comunicazione; 1^A Amministrazione e Marketing	Individuazione degli errori di stampa nel manuale	Prove di gioco
Aprile-maggio 2014	Hellatron spa	Manuale corretto	Recapito via mail



3-14 Giugno 2014	Il prof Trisolini e il Madre Lingua Inglese De Sensi; le classi 3 ^H Linguistico; 3 ^M e 3 ^L Grafica e Comunicazione	Realizzazione dei video tutorial in Italiano e in Inglese	Durante la Learning Week – Playing Maths del giugno 2014
Settembre-ottobre 2014	docente	Divulgazione in altre scuole	Contatti diretti o via mail con docenti di altre scuole
Novembre 2014	Docente di Matematica Trisolini, docente di Madre Lingua Inglese De Sensi, allievi del Linguistico e dello Scientifico	Messa a punto del Quaderno Operativo Bilingue per guidare gli allievi alla scoperta dei modelli geometrici dei prodotti notevoli e delle scomposizioni in fattori dei polinomi	Collaborazione tra il docente di Matematica e il docente di Madre Lingua Inglese fuori dall'orario di lezione. Raccolta e selezione dei lavori svolti dagli allievi lo scorso anno scolastico.

Ricaduta sugli alunni nel processo di apprendimento

Durante l'anno scolastico 2013-2014, le classi coinvolte dalla ricaduta del progetto sono state dieci: 1^H-2^H-3^H Liceo Linguistico; 1^S-2^S Liceo Scientifico; 1^A Tecnico Amministrazione Finanza e Marketing; 1^M-1^L-3^M-3^L Tecnico Grafica e Comunicazione.

Considerazioni della prof.ssa Cecilia Cornali docente nelle classi 1^M e 1^L del Gadda:

“Nelle prime dell'Istituto Tecnico Grafica e Comunicazione si è utilizzato il kit Rubicon River per presentare i prodotti notevoli e le scomposizioni in modo meno manualistico, ma più concreto. Dopo la prima fase "di gioco", i risultati sono stati incoraggianti e indubbiamente positivi. Il docente ha potuto osservare che gli alunni cambiano il modo di affrontare questa parte di programma, lavorano con oggetti bi- e tri-dimensionali e aumentano la loro capacità di visualizzare oggetti nello spazio. Per esempio, $(A+B)^2$ non è più solo un numero elevato alla seconda, ma un quadrato di lato $A+B$. Naturalmente ci sono alunni con difficoltà pratiche che faticano a costruire i modelli, ma ho notato che alcuni studenti con grosse difficoltà di calcolo sono riusciti ad affrontare comunque gli argomenti in modo proficuo.”

Considerazioni della prof.ssa Patrizia La Grassa docente nella classe 1^A del Gadda:

“Nella prima dell'Istituto Tecnico Amministrazione e Marketing, gli allievi hanno guardato con diffidenza il materiale contenuto nella scatola del 'Rubicon River', ma dopo aver preso visione del manuale e seguito con scrupolo le regole del gioco, hanno potuto constatare come le regole sulle scomposizioni e sullo sviluppo dei polinomi hanno uno stretto legame con la costruzione di modelli geometrici, nel piano e nello spazio. E' noto quanto sia ostico l'argomento ma il passaggio dalla teoria all'applicazione pratica con oggetti semplici: quadrati e cubi, hanno reso concreto e divertente il loro sapere sull'algebra letterale e numerica. Tanta fatica ma anche grande soddisfazione!”

Considerazioni della prof.ssa Grazia Trisolini docente in 1^S, 1^H, 2^H, 3^H del Gadda:

“Come sanno tutti i docenti di matematica e tutti coloro che hanno frequentato una scuola superiore, l'argomento “prodotti notevoli e scomposizioni in fattori dei polinomi” è davvero ostico. A tale proposito, la mia esperienza d'insegnante in classi sia liceali che tecniche è stata per anni molto deludente. Gli allievi non riescono a memorizzare tutte le 20 formule; le confondono una con

l'altra e non riescono ad abbinarle correttamente; appena ne imparano una nuova, dimenticano quella già appresa; spesso il massimo che riescono a fare è applicare, a semplici esercizi, la singola regola oggetto di studio. Chiedere loro di risolvere esercizi che prevedano l'uso di più formule, è fallimentare. Fatta eccezione per alcuni allievi di Liceo Scientifico, dopo qualche mese nessuno ricorda più nulla dell'argomento, come se non fosse mai stato trattato. Negli anni seguenti gli allievi ricadono in false idee preconette continuando imperterriti a credere e a scrivere che il quadrato di un binomio sia uguale alla somma dei quadrati di due monomi $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ e che il cubo sia uguale alla somma di due cubi $(A + B)^3 = A^3 + B^3$, continuano a non ricordare, né tanto meno a credere che le formule corrette siano invece:

$$(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$$

$$(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3A^2B + 3AB^2$$

L'uso dei modelli geometrici ha operato un cambiamento radicale.

Gli allievi coinvolti nel presente progetto durante l'anno scolastico 2013/2014, appartenevano alle classi 1[^]S del Liceo Scientifico e 1[^]H, 2[^]H, 3[^]H del Liceo Linguistico, per un totale di 103 allievi.

Tutti hanno memorizzato le 20 formule e sono stati in grado di enunciarle e abbinarle correttamente. In caso di errore è stato più facile farlo loro notare, attraverso i modelli geometrici, che hanno permesso di eradicare le false convinzioni.

L'anno scolastico successivo, tutti gli allievi ricordano ancora le formule e non hanno perso le competenze acquisite. Inoltre ricordano volentieri e con piacere il percorso didattico affrontato, considerandolo gratificante ed efficace.”

Commenti degli allievi sull'uso del Quaderno Operativo per disegnare

Prima liceo scientifico

Mauro: Grazie a questo progetto, ho potuto apprendere più facilmente l'argomento riguardante lo studio dei prodotti notevoli e le relative scomposizioni in fattori primi. Inoltre con l'aiuto della costruzione dei modelli geometrici disegnati sul quaderno, è stato più facile imparare questo argomento, che in un primo momento può risultare difficile; e sono stati anche di aiuto nel capire quale fosse la soluzione geometrica del prodotto notevole in caso di difficoltà.

Lenarduzzi: I disegni rappresentanti i polinomi mi sono stati d'aiuto perché hanno permesso di trovare un nesso tra l'algebra e la geometria, in quanto con la rappresentazione grafica, si riescono a memorizzare meglio le formule di prodotti notevoli e scomposizioni.

Giorgia: Il mio apprendimento sull'argomento 'prodotti notevoli e scomposizioni in fattori dei polinomi' è stato favorito dal fatto che non ho solo ascoltato le spiegazioni date dalla professoressa e svolto i compiti assegnati, ma ho anche potuto aiutarmi rappresentando i monomi e i polinomi usando figure geometriche di una, due e tre dimensioni. Inoltre, non assistendo solo passivamente alla lezione, ho imparato a rappresentare binomi e trinomi attraverso alcune figure geometriche.

Riccardo: Questo lavoro mi è stato utile perché mi ha permesso di capire meglio l'argomento che stavamo svolgendo grazie al disegno associato alle varie formule. Inoltre mi ha permesso di non svolgere in modo passivo la lezione che poteva diventare noiosa. A mio parere questo metodo ha reso più semplice la comprensione di un argomento molto complicato in matematica.

Roberto: Lo scoprire un legame tra l'algebra e la geometria mi ha reso l'apprendimento delle scomposizioni in fattori dei polinomi molto più semplice e rapido, poichè trovandomi d'avanti a scomposizioni scritte in maniera algebrica sono riuscito a farmi un rapido modello mentale e a scomporre con successo. Inoltre penso che dando ad uno studente uno strumento che lo coinvolga molto di più rispetto a una lezione "classica" gli renda più facile capire con cosa sta lavorando.

Chiara: L'apprendimento dell'argomento dei prodotti notevoli e le scomposizioni in fattori dei polinomi è stato favorito dal constatare una correlazione tra l'algebra e la geometria e in particolare poterla capire attraverso i disegni svolti sul quaderno che col tempo ho memorizzato e che hanno reso più concreto e semplice il ragionamento che porta alla soluzione dei prodotti notevoli e di conseguenza l'apprendimento di questo argomento.

Sabrina: L'apprendimento dei prodotti notevoli sotto forma di gioco è stato agevolato da un buon lavoro di gruppo, infatti il coinvolgimento tra noi coetanei è stato d'aiuto per memorizzare le formule in maniera più divertente perché, per vincere, si era più motivati a ricordare il maggior numero di scomposizioni. Non avrei mai pensato di poter imparare così facilmente alcuni aspetti della matematica.

Riccardo: A me è stato utile perché una normale lezione dell'argomento sarebbe stata certamente più noiosa che giocare. Giocando secondo me ho tenuto un livello di concentrazione più alto poiché il gioco prevedeva una competizione tra tre alunni e quindi gli alunni hanno imparato più velocemente e divertendosi.

Marianna: Un mio punto di forza sono state le scomposizioni in fattori dei polinomi; oltre ad averle capite, le ho trovate molto piacevoli e allo stesso tempo divertenti.

Prima Liceo Linguistico

Giorgia: Un punto di forza è stato il gioco dei cubetti per quanto riguarda la memorizzazione e la costruzione dei modelli.

Alessandra: Mi è piaciuto l'uso dei cubetti poiché ho imparato e capito l'argomento più velocemente.

Naresb: Il metodo dei cubetti è stato interessante, difficile a volte, ma anche divertente.

Sara: Mi è piaciuto molto il gioco dei cubetti che mi ha fatto capire meglio le espressioni ed è stato allo stesso tempo divertente.

Sara: Mi sono trovata bene con l'uso dei cubetti e li trovo utili.

Leonardo: Ho trovato utile il gioco Rubicon River e non ho usufruito dello sportello help.

Daniel: Ho trovato molto interessanti i monomi e i polinomi perché mi veniva molto più facile imparare usando il Rubicon River.

Terza Liceo Linguistico

Manuela: Lo scorso anno scolastico abbiamo adottato un metodo un po' particolare a parer mio; abbiamo utilizzato dei cubetti in legno per comprendere meglio la matematica. Li usavamo per capire approfonditamente in cosa consisteva l'argomento trattato. Spero di riutilizzare i cubetti perché mi sono trovata molto bene e sono stata in grado di capire veramente.

Chiara: Il gioco Rubicon River mi ha aiutato molto a capire l'argomento riguardante monomi-binomi-trinomi e soprattutto mi ha aiutato a memorizzare le formule e ad abbinare gli svolgimenti e le scomposizioni.

Federica: I prodotti notevoli sono uno dei miei lavori meglio riusciti.

Roberta: Mi sento abbastanza sicura sull'algebra e penso che sia dovuto anche all'uso di Rubicon River durante le lezioni.

Riccardo: L'anno scorso ho trovato molto interesse nello svolgimento del lavoro con il kit Rubicon River perché era un modo interessante e divertente per imparare la matematica, senza troppe complicazioni o difficoltà.

Greta: Secondo me hanno agevolato l'interesse alla lezione gli esercizi con il Rubicon River che servivano ad apprendere l'argomento, ma con un metodo anticonvenzionale quindi a mio parere più leggero e meno noioso.

Nicolò: Uno dei miei punti di forza dell'anno scorso riguarda i prodotti notevoli.