

Discutere la derivabilità della seguente funzione definita su tutto \mathbb{R} :

$$f(x) = 3 + |\arctan x|.$$

SOLUZIONE. f è derivabile, per composizione, dove $\arctan x \neq 0$, ovvero in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Si ha

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\arctan h}{h} = 1,$$

mentre

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-\arctan h}{h} = -1.$$

Quindi f non ammette derivata in $x = 0$.