Calcolare $f'(0)$ per le seguenti funzioni:

(1)
$$f(x) = \log(2 + \cos^3(4x)).$$

(2)
$$f(x) = \frac{\sin(4x)}{2x^2 + e^{-3x}}.$$

(3)
$$f(x) = 6e^{-6x} - (1 + 6x^2)\arctan(6x).$$

(4)
$$f(x) = 2xe^{-2x^2} - 2\arcsin(2x), -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}.$$

(5)
$$f(x) = (\tan(3x^2))^4.$$

(6)
$$f(x) = \frac{e^{-4x} - x}{1 + x^4}.$$

(7)
$$f(x) = (1 + 2x^2)^{e^x}.$$

(8)
$$f(x) = (2 + \cos x)^{\sin(2x)}.$$

SOLUZIONE.

(1)
$$f'(x) = \frac{1}{2 + \cos^3(4x)} 3\cos^2(4x)(-\sin(4x))4$$

da cui
$$f'(0) = 0.$$

(2)
$$f'(x) = \frac{\cos(4x)4(2x^2 + e^{-3x}) - \sin(4x)(4x - 3e^{-3x})}{(2x^2 + e^{-3x})^2}$$

da cui
$$f'(0) = 4.$$

(3)
$$f'(x) = -36e^{-6x} - 12x\arctan(6x) - (1 + 6x^2)\frac{1}{1 + 36x^2}6$$

da cui
$$f'(0) = -42.$$

(4)
$$f'(x) = 2e^{-2x^2} + 2x(-4x)e^{-2x^2} - 2\frac{1}{\sqrt{1 - 4x^2}}2$$

da cui
$$f'(0) = -2.$$

(5)

$$f'(x) = 4(\tan(3x^2))^3(1 + \tan^2(3x^2))6x$$

da cui

$$f'(0) = 0.$$

(6)

$$f'(x) = \frac{(-4e^{-4x} - 1)(1 + x^4) - (e^{-4x} - x)4x^3}{(1 + x^4)^2}$$

da cui

$$f'(0) = -5.$$

(7) Anzitutto

$$f(x) = e^{e^x \log(1+2x^2)}.$$

Quindi

$$f'(x) = e^{e^x \log(1+2x^2)} \left(e^x \log(1 + 2x^2) + \frac{e^x}{1 + 2x^2} 4 \right)$$

da cui

$$f'(0) = 0.$$

(8) Anzitutto

$$f(x) = e^{\sin(2x) \log(2+\cos x)}.$$

Quindi

$$f'(x) = e^{\sin(2x) \log(2+\cos x)} \left(2\cos(2x) \log(2 + \cos x) + \sin(2x) \frac{1}{2 + \cos x} (-\sin x) \right)$$

da cui

$$f'(0) = 2 \log 3.$$